

Question 1

4 pts

1-a) Calculer la moyenne arithmétique des données suivantes :

2 , 3 , 5 , 6 , 9 , 11

$$\bar{y} = \frac{2+3+5+6+9+11}{6} = \frac{36}{6} = 6$$

Moyenne arithmétique =

6

4 pts

1-b) Déterminer la médiane des données en a)

Médiane =

5,5

13 pts

1-c) Déterminer l'écart-type σ des données en a)

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (y_i - \bar{y})^2}{6}} = \sqrt{\frac{(2-6)^2 + (3-6)^2 + (5-6)^2 + (6-6)^2 + (9-6)^2 + (11-6)^2}{6}} = \\ &= \sqrt{\frac{16+9+1+0+9+25}{6}} = \sqrt{\frac{16+9+1+0+9+25}{6}} = \sqrt{\frac{60}{6}} = \sqrt{10} = 3,1623 \end{aligned}$$

Écart-type =

3,1623

Question 2

Soit X une variable dont la distribution est la suivante :

x_i	2	3	4	5	6	
f_i	0,1	0,4	0,3	0,1	0,1	1

7 pts 2-a) Déterminer la moyenne arithmétique \bar{x} de X

$$\bar{x} = 2 \times 0,1 + 3 \times 0,4 + 4 \times 0,3 + 5 \times 0,1 + 6 \times 0,1 = 3,7$$

Moyenne arithmétique = 3,7

7 pts 2-b) Déterminer la médiane de X

Médiane = 3,5

Question 3

Une Caisse populaire recueille les données suivantes sur la population du quartier dans lequel elle est située. Elle demande aux répondants s'ils sont propriétaires ou pas; et vérifie ensuite s'ils sont clients de la Caisse ou non.

	Client	Non client	
Propriétaires	200	600	800
Locataire	300	900	1200
	500	1500	2000

4 pts 3-a) Remplir les espaces blancs

- i) **25%** des locataires sont des clients
- ii) **60 %** des clients sont des locataires
- iii) **60 %** des répondants sont des locataires
- iv) **15 %** des répondants sont des clients locataires

5 pts 3-b) Les variables représentées dans ces tableaux sont-elles indépendantes? Justifiez.

Le pourcentage de clients parmi les locataires est le même que pour la population entière. Donc les deux variables sont indépendantes.

X

Indépendantes Dépendantes

Question 4

Cinq pour cent des pièces dans un lot sont défectueuses. Quelle est la probabilité que dans un échantillon de 5 pièces tirées avec remise, il y ait

8 pts 4-a) exactement 1 pièce défectueuse?

Soit X le nombre de pièces défectueuses dans l'échantillon.

$$X \sim B(5 ; 0,05). P(X = 1) = \binom{5}{1} (0,05)^1 (0,95)^4 = 0,2036$$

Probabilité = **0,2036**

8 pts 4-b) au moins une pièce défectueuse?

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{5}{0} (0,05)^0 (0,95)^5 = 0,2262$$

Probabilité = **0,2262**

8 pts **Question 5**

Cinq des 12 pièces dans une boîte sont défectueuses. Quelle est la probabilité que dans un échantillon de 3 pièces tirées sans remise, il y ait exactement une pièce défectueuse?

Soit X le nombre de pièces défectueuses dans l'échantillon.

$X \sim H(3 ; 5; 7)$

$$P(X = 1) = \frac{\binom{5}{1} \binom{7}{2}}{\binom{12}{3}} = 0,4773$$

Probabilité = **0,4773**

10 pts Question 6

Le poids net de certaines boîtes de thon est une variable de loi normale de moyenne 170g et d'écart-type 5g. Quelle proportion des boîtes auront un poids net inférieur à 167g?

Soit X le poids net d'une boîte de thon. $X \sim N(170 ; 25)$. La proportion des boîtes qui auront un poids net inférieur à 167 g est la probabilité qu'une boîte ait un poids inférieur à 167 g.

$$P(X < 167) = P\left(\frac{X - 170}{5} < \frac{167 - 170}{5}\right) = P(Z < -0,6) = 0,2743$$

Proportion = **0,2743**

8 pts Question 7

Deux groupes suivent un même cours de statistique avec deux professeurs différents. On s'apprête à conclure que le professeur A est meilleur car son groupe a obtenu une moyenne de 70,5 alors que le groupe du professeur B a obtenu une moyenne de 64, une différence de 6,5 en faveur du groupe A. Avant de sauter aux conclusions, vous examinez la composition des deux groupes et constatez que le groupe A comprend plus d'étudiants ayant suivi un cours de statistique au Cégep, et vous vous demandez si la différence entre les groupes ne serait pas attribuable plutôt à ce fait. Voici les données :

	Groupe A		Groupe B	
	Effectif	Moyenne	Effectif	Moyenne
Ont suivi un cours de statistique au Cégep	35	75	10	76
N'ont pas suivi un cours de statistique au Cégep	15	60	40	61
Moyennes brutes	70,5		64	

Ajustez les moyennes pour tenir compte de la différence dans la composition des deux groupes et calculez la différence des moyennes ajustées. Présentez les résultats dans le tableau au bas de la page :

Calculs

La pondération commune est 0,45 , 0,55.

Donc la moyenne ajustée du groupe A est $0,45(75)+0,55(60) = 66,75$

La moyenne ajustée du groupe B est $0,45(76)+0,55(61) = 67,75$.

C'est donc le groupe B qui a la meilleure moyenne, si on tient compte de sa composition : si les deux groupes avaient la même proportion de personnes avec une base en statistique, c'est le groupe B qui aurait eu une meilleure moyenne.

	Groupe A	Groupe B	Différence A-B
Moyennes brutes	70,5	64	6,5
Moyennes ajustées	66,75	67,75	-1

8 pts **Question 8**

Dans un Cégep on compare la performance de deux groupes de 30 élèves chacun dans un cours de calcul différentiel. Le groupe B a suivi un cours d'appoint avant de suivre le cours de calcul; le groupe A en a été exempté. Mais voilà que le groupe A obtient une meilleure moyenne en calcul : 77,5, comparé à 57 pour le groupe B. Doit-on conclure que le cours d'appoint est nuisible? Pas tout de suite, car on constate, par ailleurs, que le groupe A était plus fort au secondaire, avec une moyenne de 75, comparé à 50 pour le groupe B. Faites une comparaison des deux groupes qui tient compte de cette différence. Voici quelques données :

	Groupe A	Groupe B
Moyenne au secondaire	75	50
Moyenne au cours de calcul au Cégep	77,5	57
Covariance entre la note au secondaire et la note en calcul	400	356
Écart-type de la note au secondaire	20	18

Ajustez les moyennes et tirez une conclusion sur l'efficacité du cours d'appoint. Inscrivez les moyennes (en calcul différentiel) dans le tableau ci-dessous.

Calculs

On pose X : la note au secondaire; Y : la moyenne au Cégep.

La relation entre Y et X est

Dans le groupe A : $b = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} = \frac{400}{20^2} = 1, a = \bar{y} - b\bar{x} = 77,5 - 1(75) = 2,5$; donc $Y = 2,5 + X$

Dans le groupe B : $b = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} = \frac{356}{18^2} = 1,1$; $a = \bar{y} - b\bar{x} = 57 - 1,1(50) = 2$; donc $Y = 2 + 1,1X$

Donc si on prend un groupe moyen, c'est-à-dire, dont la moyenne au secondaire est $(75+50)/2 = 62,5$ (pondération égale car les deux groupes ont le même nombre d'élèves), on a

Pour le groupe A : $Y = 2,5 + 62,5 = 65$;

Pour le groupe B ; $Y = 2 + 1,1(62,5) = 70,75$

	Groupe A	Groupe B	Différence A-B
Moyennes brutes	77,5	57	20,5
Moyennes ajustées	65	70,75	-5,75

Exprimer votre conclusion sur l'efficacité du cours en une phrase ou deux :

Le cours d'appoint semble avoir un effet. Le groupe B, qui l'a suivi, a une moyenne inférieure essentiellement parce qu'il compte des élèves plus faibles, si on se fie aux notes du secondaire. Lorsqu'on tient compte de ce fait, on trouve que le groupe B est supérieur, c'est-à-dire, si le niveau des deux groupes avait été le même à l'arrivée, la différence aurait été de 5,75 en faveur du groupe B.

6 pts

Question 9

Dans chacun des numéros suivants, on décrit une expérience et on définit deux variables aléatoires. Dites si ces variables sont indépendantes ou non.

9-a)	On tire au hasard deux employés dans un bureau, avec remise X : Le salaire du premier employé Y : Le salaire du deuxième employé	<input type="checkbox"/> Dépendants	<input checked="" type="checkbox"/> Indépendants
9-b)	On tire au hasard deux employés dans un bureau, sans remise X : Le salaire du premier employé Y : Le salaire du deuxième employé	<input checked="" type="checkbox"/> Dépendants	<input type="checkbox"/> Indépendants
9-c)	On tire au hasard un étudiant qui vient de compléter son cours de statistique X : Sa note à l'examen intra Y : Sa note au final	<input checked="" type="checkbox"/> Dépendants	<input type="checkbox"/> Indépendants

Table de la loi normale

Surfaces à gauche du point z

z	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,00
-4,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-3,90	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-3,80	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,70	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,60	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002
-3,50	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
-3,40	0,0002	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
-3,30	0,0003	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0005	0,0005	0,0005
-3,20	0,0005	0,0005	0,0005	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0007	0,0007
-3,10	0,0007	0,0007	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0009	0,0009	0,0009	0,0010
-3,00	0,0010	0,0010	0,0011	0,0011	0,0011	0,0012	0,0012	0,0013	0,0013	0,0013
-2,90	0,0014	0,0014	0,0015	0,0015	0,0016	0,0016	0,0017	0,0018	0,0018	0,0019
-2,80	0,0019	0,0020	0,0021	0,0021	0,0022	0,0023	0,0023	0,0024	0,0025	0,0026
-2,70	0,0026	0,0027	0,0028	0,0029	0,0030	0,0031	0,0032	0,0033	0,0034	0,0035
-2,60	0,0036	0,0037	0,0038	0,0039	0,0040	0,0041	0,0043	0,0044	0,0045	0,0047
-2,50	0,0048	0,0049	0,0051	0,0052	0,0054	0,0055	0,0057	0,0059	0,0060	0,0062
-2,40	0,0064	0,0066	0,0068	0,0069	0,0071	0,0073	0,0075	0,0078	0,0080	0,0082
-2,30	0,0084	0,0087	0,0089	0,0091	0,0094	0,0096	0,0099	0,0102	0,0104	0,0107
-2,20	0,0110	0,0113	0,0116	0,0119	0,0122	0,0125	0,0129	0,0132	0,0136	0,0139
-2,10	0,0143	0,0146	0,0150	0,0154	0,0158	0,0162	0,0166	0,0170	0,0174	0,0179
-2,00	0,0183	0,0188	0,0192	0,0197	0,0202	0,0207	0,0212	0,0217	0,0222	0,0228
-1,90	0,0233	0,0239	0,0244	0,0250	0,0256	0,0262	0,0268	0,0274	0,0281	0,0287
-1,80	0,0294	0,0301	0,0307	0,0314	0,0322	0,0329	0,0336	0,0344	0,0351	0,0359
-1,70	0,0367	0,0375	0,0384	0,0392	0,0401	0,0409	0,0418	0,0427	0,0436	0,0446
-1,60	0,0455	0,0465	0,0475	0,0485	0,0495	0,0505	0,0516	0,0526	0,0537	0,0548
-1,50	0,0559	0,0571	0,0582	0,0594	0,0606	0,0618	0,0630	0,0643	0,0655	0,0668
-1,40	0,0681	0,0694	0,0708	0,0721	0,0735	0,0749	0,0764	0,0778	0,0793	0,0808
-1,30	0,0823	0,0838	0,0853	0,0869	0,0885	0,0901	0,0918	0,0934	0,0951	0,0968
-1,20	0,0985	0,1003	0,1020	0,1038	0,1056	0,1075	0,1093	0,1112	0,1131	0,1151
-1,10	0,1170	0,1190	0,1210	0,1230	0,1251	0,1271	0,1292	0,1314	0,1335	0,1357
-1,00	0,1379	0,1401	0,1423	0,1446	0,1469	0,1492	0,1515	0,1539	0,1562	0,1587
-0,90	0,1611	0,1635	0,1660	0,1685	0,1711	0,1736	0,1762	0,1788	0,1814	0,1841
-0,80	0,1867	0,1894	0,1922	0,1949	0,1977	0,2005	0,2033	0,2061	0,2090	0,2119
-0,70	0,2148	0,2177	0,2206	0,2236	0,2266	0,2296	0,2327	0,2358	0,2389	0,2420
-0,60	0,2451	0,2483	0,2514	0,2546	0,2578	0,2611	0,2643	0,2676	0,2709	0,2743
-0,50	0,2776	0,2810	0,2843	0,2877	0,2912	0,2946	0,2981	0,3015	0,3050	0,3085
-0,40	0,3121	0,3156	0,3192	0,3228	0,3264	0,3300	0,3336	0,3372	0,3409	0,3446
-0,30	0,3483	0,3520	0,3557	0,3594	0,3632	0,3669	0,3707	0,3745	0,3783	0,3821
-0,20	0,3859	0,3897	0,3936	0,3974	0,4013	0,4052	0,4090	0,4129	0,4168	0,4207
-0,10	0,4247	0,4286	0,4325	0,4364	0,4404	0,4443	0,4483	0,4522	0,4562	0,4602
0,00	0,4641	0,4681	0,4721	0,4761	0,4801	0,4840	0,4880	0,4920	0,4960	0,5000

Formulaire

1 *Moyenne arithmétique* : $\bar{y} = (1/n) \sum_{i=1}^n y_i$ pour une série de données et $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p y_i n_i = \sum_{i=1}^p y_i f_i$ pour une distribution

2 *Variance* : $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n}$ pour une série de données et $\sigma^2 = \sum_{i=1}^p (y_i - \bar{y})^2 f_i$ pour une distribution. *Écart-type* : racine carrée de la variance.

3 *Écart-type corrigé* : $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{n}{n-1}} \sigma$.

4 *Covariance* : $\sigma_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n}$; *Covariance corrigée* : $s_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}$

5 *Coefficient de corrélation* : $r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$.

6 *Coefficients de la droite des moindres carrés* : $b_1 = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} = \frac{s_{xy}}{s_x^2}$, $b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$.

7 *Espérance mathématique* d'une variable aléatoire X : $E(X) = \mu = \sum_x x p(x)$.

8 *Variance* d'une variable aléatoire X : $\text{Var}(X) = \sum_x (x - \mu_x)^2 p(x)$.

9 *Lois discrètes*:

Distribution	Modalités de X	$Pr(X = x)$	$E(X)$	$Var(X)$
Binomiale $B(n; p)$	$x \in \{0, 1, \dots, n\}$	$\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$	np	$np(1-p)$
Poisson $P(\lambda)$	$x \in \{0, 1, 2, \dots\}$	$\frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$	λ	λ
Hypergéométrique $H(n; N_1; N_2)$	$0 \leq x \leq N_1$ $0 \leq n-x \leq N_2$	$\frac{\binom{N_1}{x} \binom{N_2}{n-x}}{\binom{N}{n}}$	$np = np$, $p = \frac{N_1}{N}$	$npq \frac{N-n}{N-1}$, $q = 1-p$
Géométrique $G(p)$	$x \in \{1, 2, \dots\}$	$p(1-p)^{x-1}$	$\frac{1}{p}$	$\frac{q}{p^2}$
Binomiale négative $B^-(n; p)$	$x \in \{n, n+1, n+2, \dots\}$	$\binom{x-1}{n-1} p^n (1-p)^{x-n}$	$\frac{n}{p}$	$\frac{nq}{p^2}$
Multinomiale $M(n; p_1, \dots, p_k)$	$x_i \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$ $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$	$\binom{n}{x_1, \dots, x_k} p_1^{x_1} \dots p_k^{x_k}$	$E(X_i) = np_i$	$Var(X_i) = np_i(1-p_i)$

10 Soit $X \sim B(n, p)$, $n > 30$, $np > 5$, $nq > 5$. Alors $X \sim N(np; npq)$, approximativement.

Brouillon